

Презентация к интегрированному занятию «Математика + Информатика» по теме «Теория вероятности»

Автор: Стонт Елена Павловна,
учитель информатики,
Красноярский край, г. Минусинск,
июль 2017 г.

*Примечание. Далее в таких
выносках приведены возможные
вопросы и задания учителя
к ученикам по ходу занятия.*

Вот так задачи!!!

Выбери любую и предложи решение

1. Каким должен быть минимальный запас медикаментов в городе, чтобы практически наверняка хватило в случае стихийного бедствия, характерного для данной местности?
2. Сколько нужно запасти порций курицы и рыбы в самолёт, чтобы практически наверняка не было недовольных пассажиров?
3. Сколько нужно иметь операторов в банке, чтобы скопление клиентов в очереди было очень редким явлением?
4. Сколько денег нужно заложить в банкомат, чтобы практически наверняка хватило на день?
5. Каким должен быть минимальный страховой взнос, чтобы страховая компания практически наверняка получила установленную прибыль?



В ящике 20 левых и 20 правых перчаток. Сколько нужно вытащить на ощупь перчаток, чтобы **наверняка** получилась одна пара?

Свои предположения запишите на листочке

Как можно проверить?
Давайте проверим!

ОПЫТ
«Перчатки»



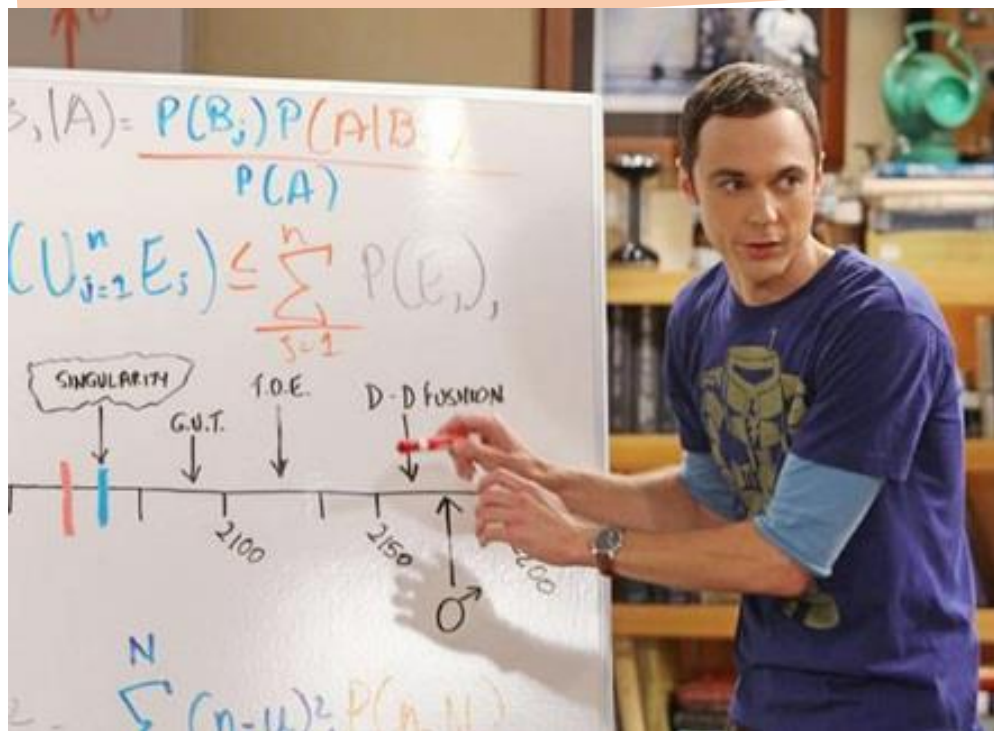
Выскажите
догадки
о теме нашего
занятия

<https://www.youtube.com/watch?v=eGIXDkJDb9M>

ВЕРОЯТНОСТЬ:

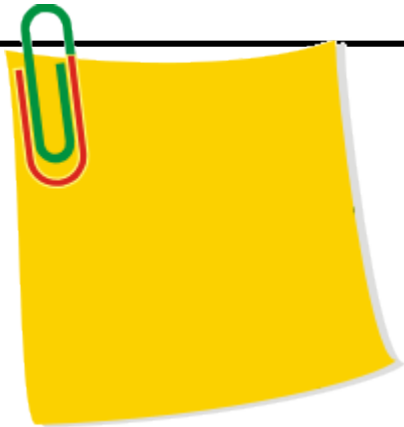
ОЧЕНЬ ЛЕГКО
ПОСЧИТАТЬ VS

УДИВИТЕЛЬНОЕ
СОВПАДЕНИЕ



Что знаем?

TIMER



За 1–2 минуты
на листочке напишите,
как вы понимаете, что
такое **ВЕРОЯТНОСТЬ**,
а также свои
ассоциации
с этим понятием

Что знаем? Знаем ли?

- ✓ ВЕРОЯТНОСТЬ
- ✓ Формула вероятности
- ✓ СОБЫТИЕ, случайное событие
- ✓ Частота события
- ✓ Опыт (испытание, эксперимент)
- ✓ Исход
- ✓ ...



Учитель зачитывает предложенные определения вероятности. Ассоциации (слова, формулы) выписывает на слайд или доску.

Уточним
некоторые
понятия

A group of four young people (three women and one man) are celebrating joyfully. They are wearing colorful party hats and are surrounded by a shower of multi-colored confetti. The background is dark with bright, colorful light flares. The overall mood is festive and happy.

Что такое
СОБЫТИЕ ?

Какие бывают?

Собы́тие — то, что имеет место, происходит, наступает в произвольной точке пространства-времени; значительное происшествие, явление или иная деятельность как факт общественной или личной жизни; подмножество исходов эксперимента

Событие — Википедия
ru.wikipedia.org > Событие



элементарные

не элементарные

зависимые

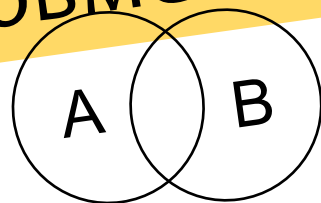
независимые

достоверные 1

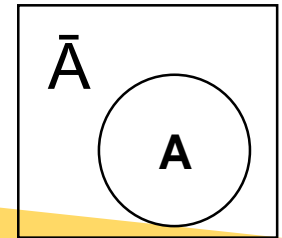
случайные 0...1

невозможные 0

совместные



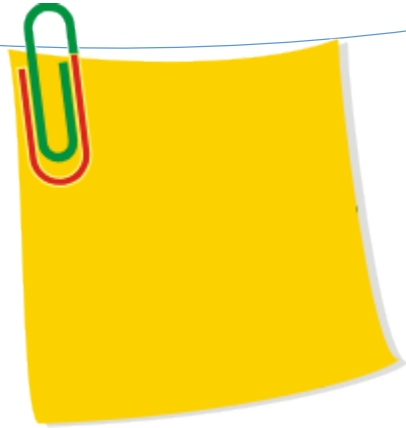
несовместные



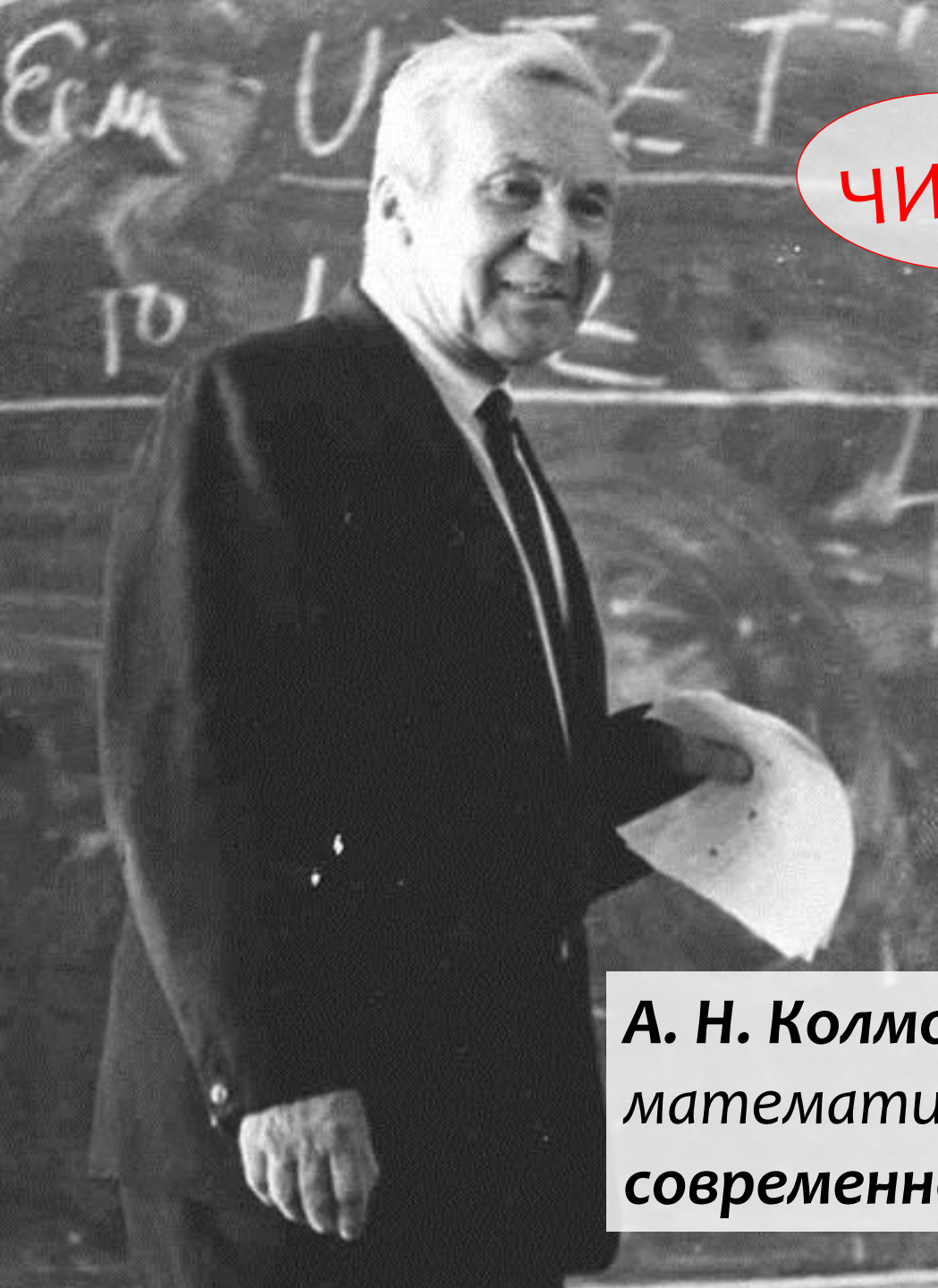
противоположные



Что такое ВЕРОЯТНОСТЬ?



А. Н. Колмогоров – один из крупнейших математиков XX века, основоположников современной теории вероятности



ЧИСЛО

ВЕРОЯТНОСТЬ [Probability] —
математическая, числовая
характеристика степени
возможности появления
какого-либо события
в тех или иных определенных,
могущих повторяться
неограниченное число раз
условиях.

СОБЫТИЕ

ОПЫТ, ЭКСПЕРИМЕНТ

А. Н. Колмогоров – один из крупнейших
математиков XX века, **основоположников**
современной теории вероятности

ВЕРОЯТНОСТЬ –

оценка

возможности наступления события
в определённых условиях.

Числовая мера
правдоподобия
случайного
события.

*Вероятность
встретить
динозавра?*



$$P = \frac{1}{2} \text{ 😊}$$

ВЕРОЯТНОСТЬ И ЧАСТОТА

Исходы	Частота		
	после 100	после 1000	после 10000
1	0,22	0,171	0,1660
2	0,17	0,175	0,1652
3	0,13	0,173	0,1664
4	0,13	0,151	0,1658
5	0,18	0,165	0,1662
6	0,17	0,165	0,1704
Сумма	1	1	1



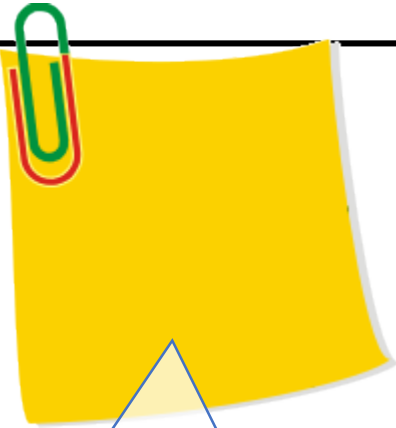
Пусть $A = \{\text{выпало 2 очка}\}$

$F(A) = \dots \dots \dots$

$P(A) = 1/6 = 0,1667$

Что такое частота
случайного события?
Как связаны частота
и вероятность?

Первая задача



*На листочке
напишите
ответы на
оба вопроса*

Для проведения экзамена по математике случайным образом выбирается одна из 92 экзаменационных работ. Перед экзаменом Вася решил все работ с первой по двадцать третью.

- Какова вероятность, что будет выбрана работа № 33?
- Какова вероятность того, что на экзамене будет выбрана работа, которую Вася решил перед экзаменом?

Формула и алгоритм решения

Вероятность
Probability

Число исходов,
благоприятствующих
событию A

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Случайное
событие
(A, B, C, \dots)

Число всех
исходов опыта

1. Опыт?...
2. Все ИСХОДЫ?... $n = \dots$
3. Событие A ? $A = \{\dots\}$
4. Исходы,
благоприятные A ?...
 $m = \dots$
5. ФОРМУЛА?
6. Расчёты: $P(A) = \dots$
7. Ответ: ...

ВЕРОЯТНО или НЕВЕРОЯТНО???

- $P(A) = 0,01$
- $P(A) = 0,9$
- $P(A) = 0,50$
- $P(A) = 0,00$
- $P(A) = 1,00$
- $P(A) = 1,46$

Попробуйте описать
словами следующие
значения
вероятности. Какие
значения может
иметь вероятность
и почему?

ВЕРОЯТНО или НЕВЕРОЯТНО???

■ $P(A) = 0,01$

Очень маловероятно, вряд ли произойдет...

■ $P(A) = 0,9$

Возможно, скорее всего произойдет, очень вероятно...

■ $P(A) = 0,50$

Равновероятно, фифти-фифти...

■ $P(A) = 0,00$

Никогда не произойдет, НЕВОЗМОЖНО...

■ $P(A) = 1,00$

Обязательно произойдет, ДОСТОВЕРНО...

■ ~~$P(A) = 1,46$~~

Почему вероятность не может быть > 1 ?

$$m \leq n$$

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

**Вероятность –
число из промежутка...**

$[0;1]$

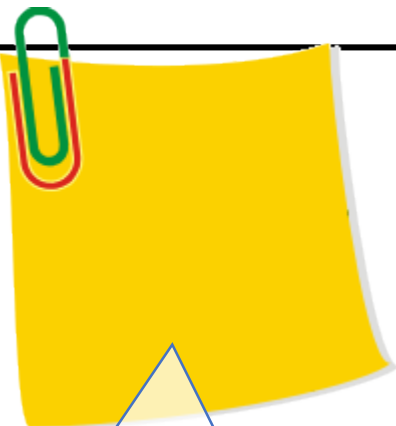
Решение первой задачи

Для проведения экзамена по математике случайным образом выбирается одна из 92 экзаменационных работ. Перед экзаменом Вася решил все работ с первой по двадцать третью.

Какова вероятность, что будет выбрана работа № 33?	
Опыт	Выбор наугад
n	92
A	{выбрана работа № 33}
m	1
P(A)	$1/92$
Ответ	0,0109

Какова вероятность того, что на экзамене будет выбрана работа, которую Вася решил перед экзаменом?	
Опыт	Выбор наугад
n	92
A	{выбрана работа под № от 1 до 23 }
m	23
P(A)	$23/92 = 1/4$
Ответ	0,25

Вторая задача



На листочке
напишите
ответы на
оба вопроса

	X	

На поле для игры
в крестики-нолики
поставлен крестик.

Свободную клетку для нолика
выбирают случайным образом.
Найдите вероятность того, что
нолик окажется в клетке, соседней
с крестиком (клетки считаются
соседними, если у них есть общая
сторона).

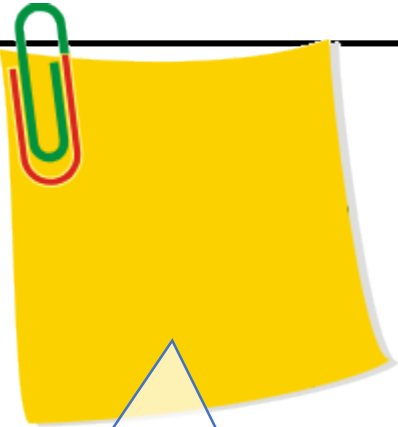
Решение второй задачи

	X	

На поле для игры в крестики-нолики поставлен крестик. Свободную клетку для нолика выбирают случайным образом. Найдите вероятность того, что нолик окажется в клетке, соседней с крестиком (клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона).

Опыт	Крестики-нолики
n	8
A	{0 в соседней с X клетке}
m	3
P(A)	3/8
Ответ	0,375

Третья задача



В сундуке 5 монет,
из которых 2 золотые
и 3 серебряные.
Пират достаёт
из сундука две случайные
монеты.
Какова вероятность,
что обе монеты окажутся
золотыми?

*На листочке
напишите
ответы на
оба вопроса*

Статистика ответов на задачу про пирата

	2014 г.	2015 г.	2015 г.	2017 г.	2017 г.	
Всего учеников	24 (9 класс)	18 (7 класс)	30 (6 класс)	16 (11 класс)	20 (10 класс)	
Кол-во ответов 0,4 или 2/5	11 (46%)	9 (50%)	21 (70%)	10 (63%)	10 (50%)	
<p>Другие ответы (даны от 1 до 3 раз): 1/20 1/5 1/4 1/3 1/2 2/3 0,1 0,14 0,16 0,2 0,5 0,95 Нет ответа: 10 раз</p>						

*Какой ответ правильный?
Как проверить?*

ПИРАТ



**ОПЫТ
«Пират»**

Опыт	Выбор наугад двух монет из 5-ти
Исходы	
2 золотые	
2 серебряные	
1 золотая 1 серебряная	

Данные опыта про пирата (за 3 года)

Исходы \ Опыт	Выбор наугад 2-х монет из 5-ти
2 золотые	13
2 серебряные	24
1 золотая 1 серебряная	55

$$P\{\text{две золотые}\} = \frac{13}{92} = 0,14.$$



Как
увеличить
количество
испытаний?

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПЫТА С МОНЕТАМИ



Учитель может разобрать или только показать компьютерные модели, выполненные в Excel или на языке программирования Python

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПЫТА «ПИРАТ»



n =	1021
m =	109
P(A) =	0,107

Результаты 10 серий по 1000 испытаний в каждой

0.09
0.097
0.109
0.093
0.105
0.1
0.094
0.094
0.102
0.088

Учитель может разобрать или только показать компьютерные модели, выполненные в Excel или на языке программирования Python

Результаты испытаний отличаются от ответов на задачу. В опытах мы получили ответ от 0.09 до 0.14. Попробуйте решить задачу, зная ответ. Правильность решения надо доказать.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ «ПИРАТ»

В сундуке 5 монет, из которых 2 золотые и 3 серебряные. Пират достаёт из сундука две случайные монеты. Какова вероятность, что обе монеты окажутся золотыми?

Пронумеруем монеты:



Пусть

1 и **2** – золотые монеты
3, 4, 5 – серебряные

Все возможные исходы:

1 и **2** **1** и 3 **1** и 4 **1** и 5
 2 и 3 **2** и 4 **2** и 5
 3 и 4 3 и 5
 4 и 5

Благоприятный исход: **1** и **2**

Опыт	Выбор наугад
n	10
A	{1 и 2}
m	1
$P(A)$	1/10
Ответ	0,1

Что важного мы сделали в этом решении?

Какой недостаток есть у этого решения?

НА СЛЕДУЮЩИХ УРОКАХ...

Все возможные исходы в этой задаче мы посчитали "вручную". А если бы монет было больше?

Как ещё можно решить задачу про пирата?

Какова вероятность, что вторая монета, которую достанет пират будет золотая?

$$\frac{2}{5} * \frac{1}{4}$$


$$\frac{1}{4} \text{ или } \frac{1}{2} \text{ ???}$$



Комбинаторика



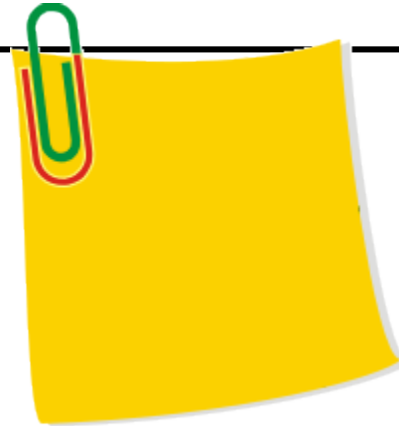
Умножение вероятностей



Условная вероятность

Проверь себя!

Жан Лерон Д'Аламбер (Даламбер) французский учёный. Широко известен как философ, математик и механик.



Бросают две одинаковые монеты. Какова вероятность того, что выпадут **два орла**?

У этого опыта три равновозможных исхода: выпадут два орла, выпадет орёл и решка, выпадут две решки. Значит, искомая вероятность будет $1/3$.

Вы согласны с великим математиком? Докажите!

Ошибка Даламбера

Эти
исходы
НЕ...

- орёл и решка
- две решки
- два орла

$$n = 3$$

$$m = 1$$

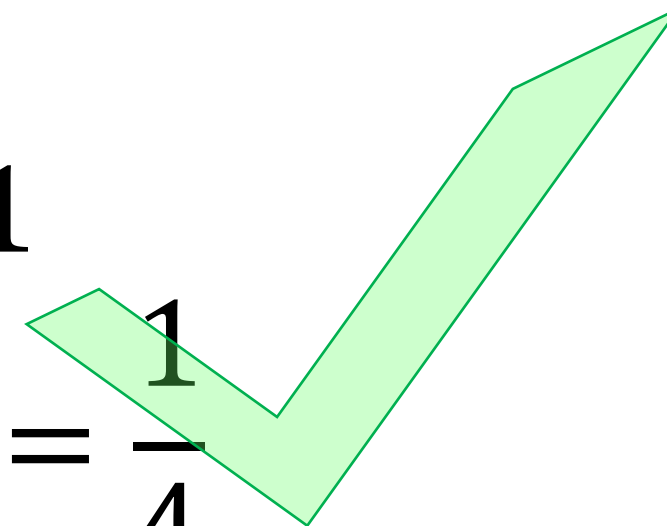
$$P(A) = \frac{1}{3}$$



$$n = 4$$

$$m = 1$$

$$P(A) = \frac{1}{4}$$



1я монета	2я монета
орёл	орёл
орёл	решка
решка	орёл
решка	решка

АКВАРИУМ!

Из аквариума, в котором
6 сазанов и **4 карпа**,
сачком выловили **5 рыб**.



**ОПЫТ
«Аквариум»**

АКВАРИУМ!



Попробуйте
«угадать»
ответ!

Из аквариума,
в котором **6 сазанов** и
4 карпа, сачком
выловили 5 рыб. Какова
вероятность того, что
среди них **2 сазана** и
3 карпа?

Домашняя работа

Карточка с заданием

1. Придумайте или найдите задачу на определение вероятности.
2. Сделайте прогноз (предложите ответ, основываясь на своей интуиции).
3. Придумайте и опишите опыт (эксперимент), моделирующий задачу. Это может быть опыт с подручными средствами (скрепки, монеты, кубики...).
4. Придумайте и реализуйте компьютерную модель опыта.
5. Проведите придуманный опыт.
6. Решите задачу, основываясь на знаниях теории вероятностей.
7. Сравните свой прогноз, результаты опыта, компьютерного моделирования, математическое решение и сделайте выводы.

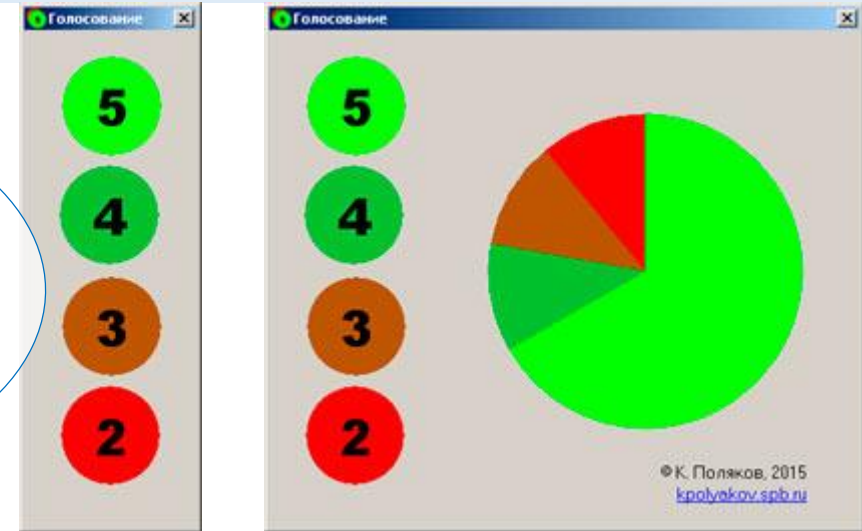
Что узнал? Что хочу узнать? Рефлексия

Карточка-рефлексия

1. Вероятность очень легко посчитать?	1. ...
2. Надо ли и зачем оценивать вероятность события?	2. ... 3. ... 4. ... 5. ...
3. Что я узнал, понял? Что было самым интересным?	
4. Что осталось непонятным?	
5. Что хочу узнать?	

Программа VOTE предназначена для проведения быстрого опроса учащихся по поводу урока. Выходя из кабинета, учащиеся проходят мимо компьютера, на котором запущена программа, и щелкают мышкой по кнопке с оценкой (рисунок слева). После того, как все проголосовали, учитель расширяет окно программы, перетаскивая его правую границу, и видит результаты (рисунок справа).

Оцени свою работу на уроке!



<http://kpolyakov.spb.ru/prog/vote.htm>

Спасибо за внимание и понимание!

СПИСОК ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ СЛАЙДОВ

1. Решение задачи про перчатки.
2. Один из примеров «Зачем изучать/понимать вероятность».
3. Задача про пирата: моделирование в ЭТ MS Excel.
4. Комбинаторное решение задачи про пирата.
5. Задачи про пирата и аквариум: моделирование на Python.
6. Задача про аквариум: результат опыта со скрепками и моделирование в ЭТ MS Excel.
7. Два решения задачи про аквариум.



В ящике 20 левых и 20 правых перчаток.
Сколько нужно вытащить на ощупь перчаток,
чтобы **наверняка** получилась одна пара?

Самый частый ответ – «21 перчатка». Проводим опыт и видим, что пара получается уже на 3–6 «перчатке». Почему так?

Пусть достали первую перчатку, и она оказалась **левой**. Какова вероятность, что **следующая тоже будет левая?**

$$\frac{19}{39} = 0,487$$

А следующая? $\frac{18}{38} = 0,462$

И следующая? $\frac{17}{37} = 0,459$

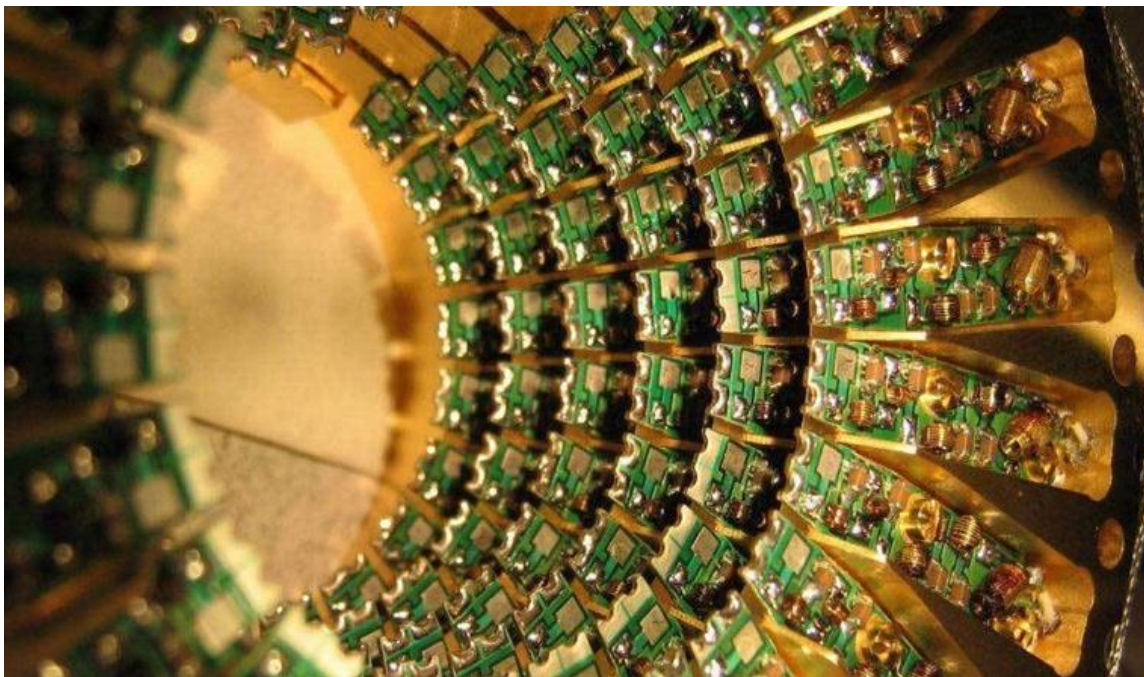
И следующая? $\frac{16}{36} = 0,444$

Вероятность достать 4 левые перчатки подряд...

$$\frac{19}{39} * \frac{18}{38} * \frac{17}{37} * \frac{16}{36} = 0,0459$$

...очень-очень мала.

А правую – почти 0,95 😊

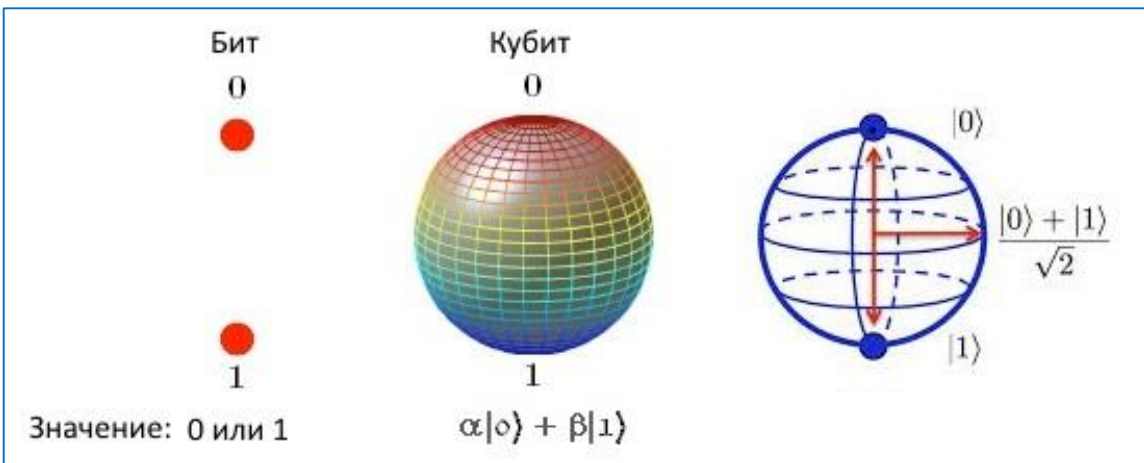


Российско-американская группа физиков создала программируемый **51-кубитный квантовый компьютер**.

Квантовые компьютеры оперируют особым типом битов — **кубитами**.

В отличие от классических битов, эти **логические элементы могут находиться одновременно в состоянии «ноль» и «единица»**, выдавая при измерении одно из них с известной вероятностью.

Это позволяет разрабатывать принципиально новые алгоритмы вычислений, которые в некоторых случаях оказываются гораздо продуктивнее классических.



<https://nplus1.ru/news/2017/07/14/51-qubit>

«ПИРАТ»: МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭТ EXCEL

	A	B	C	D
1	У пирата в кармане 5_монет одинакового размера: 2_монеты золотые, 3_монеты серебряные. Пират, не глядя, достаёт две монеты. Какова вероятность, что обе они будут золотыми?			
2	Всего исходов		=СЧЁТЕСЛИ(\$C\$10:\$C\$1259;"<>0")	ДЛЯ ПЕРЕСЧЁТА НАЖМИ F9
3	Благоприятные	2 ЗОЛОТЫЕ монеты	=СЧЁТЕСЛИ(\$C\$10:\$C\$1259;"ДА")	
4	Другие исходы	другое сочетание монет	=СЧЁТЕСЛИ(\$C\$10:\$C\$1259;"НЕТ")	
5	ЧАСТОТА СОБЫТИЯ "2 ЗОЛОТЫЕ МОНЕТЫ"		=C3/C2	
6	МОДЕЛИРОВАНИЕ МОНЕТ: Пронумеруем монеты. Золотые будут с номерами 1 и 2, серебряные будут с номерами 3, 4, 5			
7	Выбор первой монеты: случайное число среди чисел 1, 2, 3, 4, 5	Выбор второй монеты: случайное число среди чисел 1, 2, 3, 4, 5	БЛАГОПРИЯТНЫЙ ИСХОД = ДА. Если выпали монеты 1 и 2 или 2 и 1.	
8			НЕБЛАГОРИТЯНЫЙ ИСХОД = НЕТ, если выпало другое сочетание монет.	
9			Если номера монет равны -- такого исхода быть не может, так как монета после первого выбора не возвращается. В этом случае в ячейке будет 0 и в "Всего исходов" этот вариант НЕ считается	
10	=СЛУЧМЕЖДУ(1;5)	=СЛУЧМЕЖДУ(1;5)	=ЕСЛИ(A10<>B10;ЕСЛИ(A10*B10=2;"ДА";"НЕТ");0)	
11	=СЛУЧМЕЖДУ(1;5)	=СЛУЧМЕЖДУ(1;5)	=ЕСЛИ(A11<>B11;ЕСЛИ(A11*B11=2;"ДА";"НЕТ");0)	
12	=СЛУЧМЕЖДУ(1;5)	=СЛУЧМЕЖДУ(1;5)	=ЕСЛИ(A12<>B12;ЕСЛИ(A12*B12=2;"ДА";"НЕТ");0)	

«ПИРАТ»: КОМБИНАТОРНОЕ РЕШЕНИЕ

В сундуке 5 монет,
из которых 2 золотые
и 3 серебряные.

Пират достаёт
из сундука 2 случайные
монеты.

*Какова вероятность,
что обе монеты
оказались золотыми?*



1. Мы достаём 2 монеты
из 5-ти. Сколько вариантов?

$$C_5^2 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3! \cdot 2} = 10$$

n = 10

2. Сколько вариантов, что обе
монеты будут золотые?

$$C_2^2 = \frac{2!}{0! \cdot 2!} = 1$$

m = 1

$$3. P = \frac{m}{n} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

«ПИРАТ» и «АКВАРИУМ»: МОДЕЛИРОВАНИЕ на PYTHON

```
"""
В сундуке 5 монет, из которых 2 золотые и 3 серебряные.
Пират достаёт из сундука 2 случайные монеты.
Какова вероятность, что обе монеты окажутся золотыми?
Необходимо ввести кол-во серий.
В каждой серии опыт будет "проводиться" 1000 раз.
"""
```

```
import random
count = int(input()) # кол-во серий
for i in range(count):
    m = 0
    n = 0
    while n < 1000:
        firstcoin = random.randint(1,5)
        secondcoin = random.randint(1,5)
        while firstcoin == secondcoin:
            secondcoin = random.randint(1,5)
        if firstcoin * secondcoin == 2:
            m += 1
        n += 1
    f = m/n
    print(f)
```

```
12
0.105
0.092
0.096
0.107
0.1
0.098
0.104
0.129
0.094
0.107
0.074
0.091
```

```
"""
Из аквариума, в котором 6 сазанов и 4 карпа, сачком выловили
5 рыб. Какова вероятность того, что среди них 2 сазана и 3 карпа?
Необходимо ввести кол-во серий.
В каждой серии опыт будет "проводиться" 1000 раз.
"""
```

```
import random
count = int(input()) # кол-во серий
for i in range(count):
    m = 0
    n = 0
    while n < 1000:
        sazan = random.randint(1,6)
        carp = random.randint(1,4)
        if sazan + carp == 5:
            n += 1
            if sazan == 2:
                m += 1
    f = m/n
    print(f)
```

```
12
0.232
0.238
0.241
0.229
0.233
0.234
0.265
0.257
0.258
0.237
0.249
0.257
```


«АКВАРИУМ»: ОПЫТ со скрепками и МОДЕЛИРОВАНИЕ в EXCEL

Из аквариума, в котором **6 сазанов** и **4 карпа**, сачком выловили **5 рыб**. Какова вероятность того, что среди них **2 сазана** и **3 карпа**?

РЕЗУЛЬТАТЫ ОПЫТА со скрепками	
n =	79
m =	20
F(A)	0,25316

МОДЕЛИРОВАНИЕ В EXCEL. Результаты моделирования (10 опытов по ≈4000 исхода)

	A	B	C	D	E
1			n	m	ЧАСТОТА = m/n
2	сазаны	карпы	5_рыб	● 2 сазана + 3 карпа	=СУММ(D3:D5002)/СУММ(C3:C5002)
3	=СЛУЧМЕЖДУ(1;6)	=СЛУЧМЕЖДУ(1;4)	=ЕСЛИ(A3+B3=5;1;0)	● =ЕСЛИ(И(A3=2;B3=3);1;0)	Нажми F9 для пересчёта
4	=СЛУЧМЕЖДУ(1;6)	=СЛУЧМЕЖДУ(1;4)	=ЕСЛИ(A4+B4=5;1;0)	● =ЕСЛИ(И(A4=2;B4=3);1;0)	
5	=СЛУЧМЕЖДУ(1;6)	=СЛУЧМЕЖДУ(1;4)	=ЕСЛИ(A5+B5=5;1;0)	● =ЕСЛИ(И(A5=2;B5=3);1;0)	
6	=СЛУЧМЕЖДУ(1;6)	=СЛУЧМЕЖДУ(1;4)	=ЕСЛИ(A6+B6=5;1;0)	● =ЕСЛИ(И(A6=2;B6=3);1;0)	
7	=СЛУЧМЕЖДУ(1;6)	=СЛУЧМЕЖДУ(1;4)	=ЕСЛИ(A7+B7=5;1;0)	● =ЕСЛИ(И(A7=2;B7=3);1;0)	
8	=СЛУЧМЕЖДУ(1;6)	=СЛУЧМЕЖДУ(1;4)	=ЕСЛИ(A8+B8=5;1;0)	● =ЕСЛИ(И(A8=2;B8=3);1;0)	
9	=СЛУЧМЕЖДУ(1;6)	=СЛУЧМЕЖДУ(1;4)	=ЕСЛИ(A9+B9=5;1;0)	● =ЕСЛИ(И(A9=2;B9=3);1;0)	

0,256506
0,247788
0,232697
0,227111
0,263158
0,233939
0,252927
0,223587
0,263521
0,236659

АКВАРИУМ: РЕШЕНИЕ 1

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$n = \dots$?

ВСЕГО ИСХОДОВ:
Выбор 5 из 10

$$C_{10}^5 = \frac{10!}{5! * 5!} = 252$$

$m = \dots$?

САЗАНЫ: Выбор 2 из 6

КАРПЫ: Выбор 3 из 4

$$C_6^2 = \frac{6!}{4! * 2!} = 15$$

$$C_4^3 = \frac{4!}{1! * 3!} = 4$$

$$P(A) = \frac{15 * 4}{252} = 0,238095 \dots$$

АКВАРИУМ: РЕШЕНИЕ 2

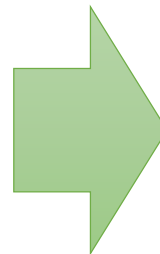
Вероятность серии событий: достали сазана, достали сазана, достали карпа, достали карпа, достали карпа

$$P = \frac{6}{10} * \frac{5}{9} * \frac{4}{8} * \frac{3}{7} * \frac{2}{6} = 0,0238095 \dots$$

Порядок может быть и другим:

$$P = \frac{4}{10} * \frac{3}{9} * \frac{2}{8} * \frac{6}{7} * \frac{5}{6} = 0,0238095 \dots$$

Сколько всего способов?



2 сазана из 5 рыб

$$C_5^2 = \frac{5!}{3! * 2!} = 10$$

3 карпа из 5 рыб

$$C_5^3 = \frac{5!}{2! * 3!} = 10$$

$$P(A) = 0,238095 \dots$$

Источники информации

Номера слайдов	Информация	Ссылка на источник
2, 3, 36	Задания	И.Р.Высоцкий, И.В. Яценко, "Типичные ошибки в преподавании теории вероятностей и статистики", "Математика в школе" №5, 2014 год.
4	Видеофрагмент сериала «Теория большого взрыва» (сезон 3, серия 3)	https://www.youtube.com/watch?v=eGIXDkJDb9M
6,14,19,21	Таймер, отсчитывающий 2 минуты	http://www.abtraining.co.uk/resources_powerpoint.php
10, 11	Фотография А. Н. Колмогорова	http://www.ikovrov.ru/historyday/9108-30marta.html
13	Таблица частот исходов опыта с подбрасыванием кубика	Е. А. Бунимович, В. А. Булычев. Вероятность и статистика в курсе математики общеобразовательной школы: Лекции 1—4. – М.: Педагогический университет «Первое сентября», 2006. Стр. 16.
14, 19, 21	Задачи	https://statgrad.org/media/custom/2014/04/22/demo_tv8.pdf
29	Портрет Д'Аламбера	https://ru.wikipedia.org/wiki/Д'Аламбер,_Жан_Лерон
34	Программа VOTE	http://kpolyakov.spb.ru/prog/vote.htm
37	Новость про квантовый компьютер	https://nplus1.ru/news/2017/07/14/51-qubit